

PROPOSITION DE CORRIGE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /15 POINTS

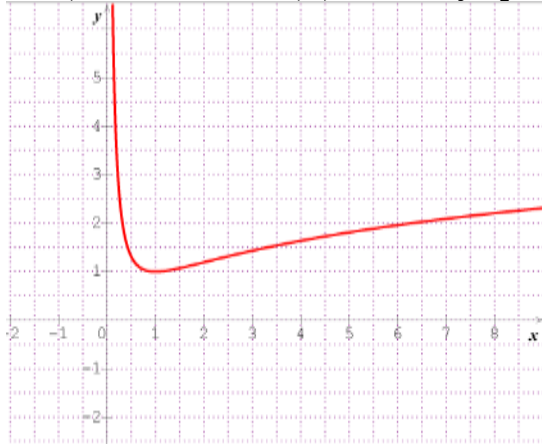
REFERENCES ET SOLUTIONS

Exercice 1 : (05 points)	Barèmes	Commentaires
1. En utilisant la méthode du pivot de Gauss déterminons le triplet de nombre réels $(x; y; z)$ solution du système $\begin{cases} x + y + z = 15 \\ -x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y + z = 15 \text{ (E1)} \\ -x - y + 2z = 0 \text{ (E2)} \\ 2x + y - z = 8 \text{ (E3)} \end{cases}$ Fixons $x + y + z = 15$ (E1) comme l'équation du pivot de Gauss $(E1) + (E2)$ on a $z + 2z = 15 \Rightarrow 3z = 15 \Rightarrow z = 5$ (E'2) $2 \times (E1) - (E3)$ on obtient $y + 3z = 22$ (E'3) En remplaçant z par valeur dans (E'3) on obtient $y + 3(5) = 22 \Rightarrow y + 15 = 22$ $\Rightarrow y = 22 - 15 \Rightarrow y = 7$ En remplaçant y et z par leur valeur dans (E1) on obtient : $x + 7 + 5 = 15 \Rightarrow x + 12 = 15$ $\Rightarrow x = 15 - 12 \Rightarrow x = 3$ D'où $S_{\mathbb{R}^3} = \{(3; 7; 5)\}$ 2. On considère $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ a) Montrons que pour tout x dans $\mathbb{R}$, $p(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$ $\begin{aligned} (x - 2)(2x^2 + x - 15) &= 2x^3 + x^2 - 15x - 4x^2 - 2x + 30 \\ &= 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30 \\ &= p(x) \end{aligned}$ D'où pour tout x dans $\mathbb{R}$, $p(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$ b) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation : $p(x) = 0$. $p(x) = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x^2 + x - 15) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } 2x^2 + x - 15 = 0 \Rightarrow x = 2$ On a $2x^2 + x - 15 = 0$ $\Delta = (1)^2 - 4(2)(-15) = 121 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$	1,5pt 0,75pt 0,75pt	-0,5pt pour chaque valeur -0,25pt pour chaque ligne NB : Acceptez tous autres méthodes logiques -0,25pt pour $x = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ car $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ b) Calculons la limite de f en $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ 2) Montrons que (C) admet une asymptote verticale que l'on précisera. D'après la question 1-a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ donc l'équation $x = 0$ est l'asymptote verticale à (C). 3-a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, calculons $f'(x)$ et vérifions que $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$ Vérifions que Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$ D'où Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ b) Dressons le tableau des variations de f. En posant $f'(x) = 0$ on obtient $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$ 1 $\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 4) Calculons $f(0,25)$, $f(0,5)$, $f(2)$ et $f(3)$. $f(0,25) = \frac{1}{0,25} + \ln(0,25) \approx 2,6$, $f(0,5) = \frac{1}{0,5} + \ln(0,5) \approx 1,3$, $f(2) = \frac{1}{2} + \ln(2) \approx 1,2$ et	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 1 $\nearrow$	$+\infty$	0,25pt 0,25pt 0,75pt 0,75pt 1pt	-0,25pt pour le calcul de la limite -0,25pt pour l'enchaînement menant au résultat -0,25pt pour le calcul de la dérivée -0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat -0,25pt pour la valeur de $x = 1$ -0,5pt pour l'enchaînement menant au tableau des variations de f -0,25pt pour chaque calcul
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 1 $\nearrow$	$+\infty$											

$$f(3) = \frac{1}{3} + \ln(3) \approx 1,4$$

5) Construisons (C) et son asymptote.



6-a) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = (x + 1)\ln x - x$, calculons $h'(x)$.

Pour tout x de $]0; +\infty[$, $h'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x+1) - 1 = \ln x + 1 + \frac{1}{x} - 1 = \ln x + \frac{1}{x}$

D'où Pour tout x de $]0; +\infty[$, $h'(x) = \ln x + \frac{1}{x}$

b) Dédudons-en les primitives de f sur $]0; +\infty[$.

D'après la question 6-a) $h'(x) = f(x)$

Donc les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont : $h(x) = (x + 1)\ln x - x + c$ avec $c \in \mathbb{R}$

1,5pt

- 0,25pt pour la représentation des images $f(0,25), f(0,5), f(2)$ et $f(3)$.
- 0,25pt pour la construction de l'asymptote verticale
- 0,25pt pour la construction de (C)

0,5pt

-0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat

0,5pt

-0,5pt pour l'enchaînement menant au résultat

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES /05 POINTS

Références et solutions

Critères

Indications et Barèmes

1) Déterminons le montant reçu par chaque ouvrier à la fin des travaux. ✓ Choix d'inconnue Soit x le nombre d'ouvrier ✓ Mise en équation - La part de chaque ouvrier présent en fonction de x : $\frac{7\,500\,000}{x}$ - Le nombre d'ouvriers restant en fonction de x : $\frac{2}{3}x$ - La part de chaque ouvrier restant en fonction de x : $\frac{7\,500\,000}{x} + 250\,000$ Ainsi $\frac{2}{3}x \left(\frac{7\,500\,000}{x} + 250\,000 \right) = 7\,500\,000$ On a : $\frac{2}{3}x \left(\frac{7\,500\,000 + 250\,000x}{x} \right) = 7\,500\,000$ c'est-à-dire $\frac{2}{3}(7\,500\,000 + 250\,000x) = 7\,500\,000$ Ainsi $15\,000\,000 + 500\,000x = 22\,500\,000 \Rightarrow 150 + 5x = 225$ ✓ Résolution de l'équation on a : $150 + 5x = 225 \Rightarrow x = 15$ Donc, il y avait 15 ouvriers au départ et les deux tiers ont réellement travaillé ainsi on a $\frac{2}{3} \times 15 = 10$ Déterminons la part de chaque ouvrier à la fin des travaux $\frac{7\,500\,000}{15} + 250\,000 = 750\,000$ Conclusion : chaque ouvrier à la fin des travaux a reçu 750 000FCFA	C1 : Interprétation Correcte de la situation	-0,25pt pour le choix d'inconnue -0,25pt pour le système d'équations
	C2 : Utilisation correcte des outils	-0,5 pt pour l'enchaînement menant à la valeur de x
	C3 : Cohérence	-0,25pt pour la valeur le montant -0,25pt pour les unités de mesure NB : Acceptez tous autres méthodes logiques

2) Déterminons le taux d'intérêt de la banque ✓ Choix des inconnues Soit x le taux d'intérêt de la banque ✓ Mise en équations - Exprimons en fonction de x le montant à la première année : $M = 500\,000 + \frac{500\,000x}{100} = 500\,000 + 5000x$ - Exprimons en fonction de x le montant à la deuxième année : $M' = 500\,000 + 5000x + \frac{(500\,000 + 5000x) \times x}{100} = 500\,000 + 5000x + 5000x + 50x^2$ $M' = 500\,000 + 10\,000x + 50x^2$ Etant donné que monsieur au debout de 2ans monsieur retirait 583 200FCFA alors on a : $500\,000 + 10\,000x + 50x^2 = 583\,200 \Rightarrow 50x^2 + 10\,000x - 83\,200 = 0$ $\Rightarrow x^2 + 200x - 1664 = 0$ ✓ Résolution de l'équation $x^2 + 200x - 1664 = 0$ $\Delta = 46\,656$ $\sqrt{\Delta} = 216$ On a : $x_1 = \frac{-200 - 216}{2} = -208; x_2 = \frac{-200 + 216}{2} = 8$ Conclusion : le taux d'intérêt de la banque est : 8%	C1 : Interprétation Correcte de la situation	-0,25pt pour le choix des inconnues -0,25pt pour l'évocation du montant à la première et à la deuxième année
	C2 : Utilisation correcte des outils	-0,5 pt pour l'enchaînement menant à l'équation
	C3 : Cohérence	-0,5pt pour l'enchaînement menant à la valeur de x
3) Déterminons le prix du mètre de grillage Déterminons les dimensions du champ. ✓ Choix d'inconnues Soit x et y désignant respectivement la longueur et la largeur ✓ Mise en équations La longueur dépasse la largeur de 40m donc on a : $x = y + 40$ L'aire étant 9 600 m^2 on a : $xy = 9\,600$ Donc x et y vérifient le système : $\begin{cases} x = y + 40 (*) \\ xy = 9\,600(**) \end{cases}$ Résolution du système	C1 : Interprétation Correcte de la situation	-0,25pt pour l'évocation de déterminer : les dimensions du champ ; la longueur du grillage -0,25pt pour le choix des inconnues
	C2 : Utilisation correcte des outils	-0,5 pt pour l'enchaînement menant aux valeurs de x et y

En remplaçant (*) dans (**) on obtient : $(y + 40)y = y^2 + 40y = 9600 = y^2 + 40y - 9600 = 0$ Le discriminant de l'équation $y^2 + 40y - 9600 = 0$ est : $\Delta = (40)^2 - 4(1)(-9600) = 1600 + 38\,400$ $\Delta = 40\,000$ $\sqrt{\Delta} = 200$ $y_1 = \frac{-40-200}{2} = -120 \text{ et } y_2 = \frac{-40+200}{2} = 80$ Donc la largeur est 80m et la longueur est 80m + 40m = 120m • Déterminons la longueur du grillage $P = (x + y) \times 2 = (80m + 120m) \times 2 = 400m$ Donc, la longueur du grillage est : 400m • Déterminons le prix du mètre de grillage $Prix = \frac{1\,000\,000}{400} = 2500$ • Conclusion : le prix du mètre de grillage est 2500FCFA.	C3 : Cohérence	-0,25pt pour chaque prix unitaire -0,25pt pour les unités de mesure
NB : Le point réservé à la présentation porte sur l'ensemble de toute la copie du candidat	0,5pt	-0,25pt pour la lisibilité -0,25pt pour l'absence de taches